

Title	covering theorem 二就テ
Author(s)	中野, 秀五郎
Citation	全国紙上数学談話会. 190 p.580-p.582
Issue Date	1939-12-06
oaire:version	VoR
URL	https://doi.org/10.18910/74754
rights	
Note	

Osaka University Knowledge Archive : OUKA

<https://ir.library.osaka-u.ac.jp/>

Osaka University

823. Covering theorem = 就テ

中野 喬五郎(東大)

今來々全国紙上数学談話會 189 号ヲ見ルト, 角谷君
が "Wiener 及ビ Vitali, covering theorem
= 就イテ" ナル表題ニテ Wiener ノ定理トシテ次ノ
定理ヲ著ゲテイル。

定理 (Wiener) A ヲ m 次元ノ Euclid 空間 R^m
内ノ有界集合 (必ズシモ measurable デハナシ) トス
ルトキ, 若シ任意ノ $x \in A$ ニ對シテ x ヲ中心トスル 半径
 $r(x) > 0$ ($r(x)$ ハ x ト共ニ変化するコトヲ許スモ
ノトス), sphere $S(x) \equiv S(x, r(x))$ が對應スレ
バ $\{S(x)\}$, $x \in A$ ノうちカラ有限個ノ何レノニツモ
互ニ共通点ヲモタズ sphere $S(x_1), S(x_2), \dots$

....., $S(x_n)$ を選ンデ

$$\sum_{i=1}^m m(S(x_i)) > \alpha_m m^t(A)$$

トナルヤ $\dot{\sim}$ = スルコトが出来ル。コ $\dot{\sim}$ = $m(S)$ 、 S /
measure (即チ volume), $m^t(A)$ 、 A / outer
measure を表ハシ、 $\alpha_m > 0$ 、 R^m / dimension m
ノ $\dot{\sim}$ = depend スル constant ガアル。

所ガ私が既ニ東京物理学校雑誌第五百七十一別に
テ「Riemann 積分ヨリ Lebesgue 積分へ VII」(コ
レハ私が昭和十三年三月物理学校へ原稿ヲ送リシガ、
如何ナルワケカ中々出版サレズ、十四年六月ヤット印刷サ
レタルモノナリ)。ナル表題ニテ measure を用ヒズ
シテ Lebesgue 積分ヲ論ズルニ付、Vitali, cover-
ing theorem ニ対スルモノトシテ、次ノ補定理ヲ擧ゲ
タ。

補定理 有界点集合 A アリテ、ソノ各点ニ其ノ点ヲ含ム正
方形ガ對應セシメラレタルトキ、其等正方形ノ高々可附番毎
 l_1, l_2, \dots ヲ適當ニ選ベバ、コレ等何レノ二ツモ共有
点ナリ。シカモ l_n ト同一ヤ必ニテ辺ノ長サ三倍ナル正方形
 l'_n トセバ、 A ハ l'_1, l'_2, \dots ニテ被ハル。

此ノ定理ハ二次元ニテ論ジタルモ、其ノ方法ハ其ノ
處一般 n 次元ニモ適用サレ、又 l_1, l_2, \dots ヲ正方形
トセシモ、此レ等ガ球ナルトキモ、全然同様ニシテ、其
ノ場合 l'_1, l'_2, \dots ハ夫々 l_1, l_2, \dots ト同心ニテ半径ヲ

三倍トセルモノトスレバ可ナリ。

Wienerノ定理ハコノ補定理ニ含マレル様ニ思ハル。
然カモ Wienerノ定理ニ於ケル d_n ハ $\frac{1}{3^n}$ ニテ可ナルコト
が知ラレル。又 l_1, l_2, \dots が可附番個ナルモ、充テ大ナ
ル n = 對シテ、 l_1, l_2, \dots, l_n が既ニ Wienerノ定
理ヲ充タスコトモ明カナリ。

次ニ此補定理ノ証明ヲ果ゲル。

補定理ノ証明: Lindelöfノ covering theo-
rem = ヨリ有界点集合 A ハ 其等正方形 (或ハ球) ノ高々可
附番個 d_1, d_2, \dots ニテ覆ハレ、然カモ d_1, d_2, \dots が
其大サノ順。即チ n ト共ニ大サが大キクトラヌガ如キ順ト
ス。先ヅ d_1 ヲ l_1 トシ、次ニ d_1, d_2, \dots ノ中 l'_1 (l_1
ト同心大サ三倍ノ正方形或ハ球) = 含マレザル最初ノ d_n ヲ
 l_2 トシ、次ニ l'_1, l'_2 (l'_2 ハ l_2 ト同心大サ三倍ノ正
方形或ハ球) ノ何レモ含マレザル最初ノ d_n ヲ l_3 トスル。
以下コノ如クニシテ、 l_1, l_2, l_3, \dots ヲ定ムレバ、点集合
 A ハ l'_1, l'_2, \dots ニテ覆ハレ、然カモ l_1, l_2, \dots ノ
何レノ二ツモ共有点ナシ。